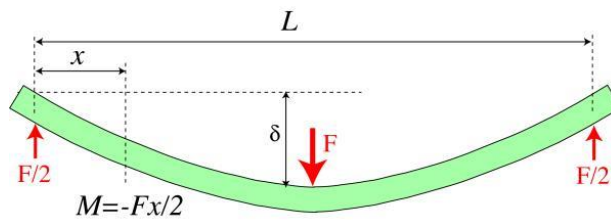


Badanie ugięcia belki



Opracował : dr inż. Konrad Konowski

Szczecin 2015 r

1. Cel ćwiczenia

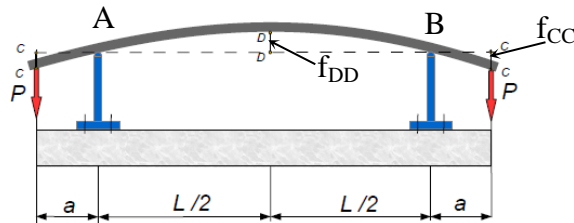
Celem ćwiczenia jest:

1. Sprawdzenie doświadczalne ugięć belki obliczonych ze wzorów teoretycznych,
2. Sprawdzenie doświadczalne zasady wzajemności przemieszczeń Maxwella.

2. Opis ćwiczenia

2.1 Wzory teoretyczne

Dla belki podpartej symetrycznie w punktach A i B, obciążonej na końcach C jednakowymi siłami P (rys.1) strzałki ugięcia oblicza się ze wzorów (1) i (2)



Rys.1. Schemat podparcia i obciążenia belki dwiema siłami

$$f_{CC} = \frac{Pa^2}{6EI} (3L + 2a) [mm] \quad (1)$$

$$f_{DD} = -\frac{PL^2 a}{8EI} [mm] \quad (2)$$

gdzie: P- siła obciążająca [N]

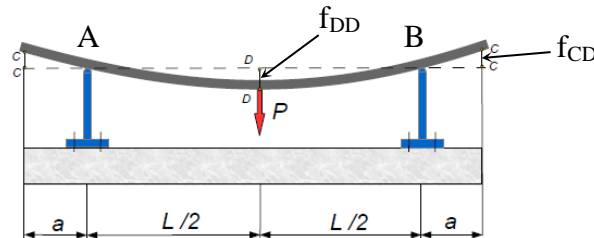
L, a – odcinki długości belki [mm]

I – moment bezwładności przekroju belki [mm⁴]

E – współczynnik sprężystości podłużnej [MPa]

Pierwszy indeks przy f we wzorach (1) i (2) oznacza przekrój belki, w którym mierzone jest ugięcie, drugi – miejsce przyłożenia siły obciążającej.

W przypadku, gdy siła obciążająca przyłożona jest w środku długości belki (rys.2) strzałki ugięcia określają wzory (3) i (4)



Rys.2. Schemat podparcia i obciążenia belki jedną siłą

$$f_{CD} = -\frac{Pl^2 a}{16EI} [mm] \quad (3)$$

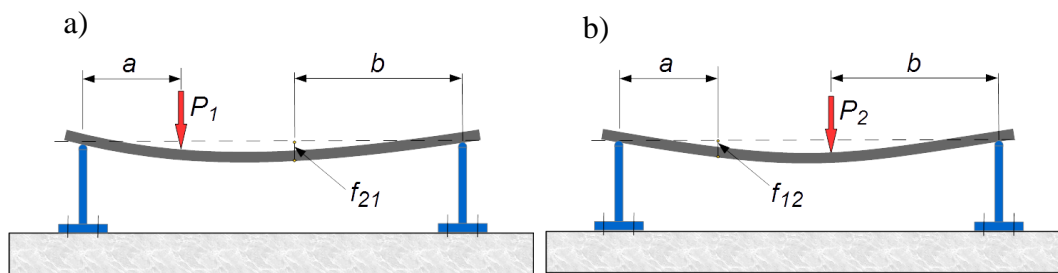
$$f_{DD} = \frac{Pl^3}{48EI} [mm] \quad (4)$$

Oznaczenia we wzorach (3) i (4) są analogiczne jak we wzorach (1) i (2)

2.2 Zasada wzajemności przemieszczeń Maxwella

Zasada ta została sformułowana przez Maxwella w 1864 r. dla układów liniowo-sprężystych (Clapeyrona) głosi:

Przemieszczenie odpowiadające sile P_1 lecz wywołane siłą P_2 , równą co do wartości sile P_1 , jest równe przemieszczeniu odpowiadającemu sile P_2 lecz wywołanemu siłą P_1 .



Rys.3. Schemat belki objaśniający zasadę wzajemności przemieszczeń Maxwella

W przypadku belki zginanej siłami P_1 i P_2 (rys.3) zasadę Maxwella można wyrazić symbolicznie w postaci równości

$$f_{12} = f_{21} \quad (5)$$

gdzie: f_{12} – przemieszczenie (ugięcie) odpowiadające sile P_1 (tzn. mierzone w miejscu przyłożenia siły P_1), wywołane działaniem siły P_2 ,

f_{21} – przemieszczenie odpowiadające sile P_2 , wywołane działaniem siły P_1 .

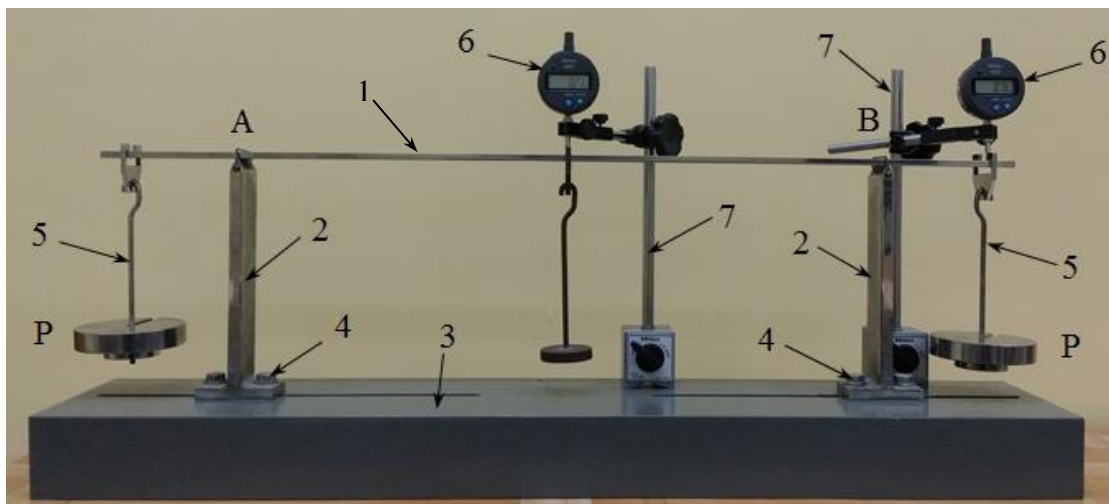
Doświadczalnie sprawdza się zasadę Maxwella w następujący sposób:

- Belkę obciąża się najpierw tylko jedną siłą, np. P_1 i mierzy ugięcie f_{21} spowodowane tą siłą na linii działania siły P_2 (rys.3a)
- Po zdjęciu siły P_1 , obciąża się belkę siłą P_2 równą co do wartości sile P_1 i mierzy ugięcie f_{12} na linii działania siły P_1 (rys.3b)

Zmierzone ugięcia f_{12} i f_{21} zgodnie z zasadą Maxwella powinny być sobie równe.

2.3 Stanowisko do badań

Badana belka 1 (rys.4) podparta jest w punktach A i B na ostrzach podpór 2 przymocowanych do prowadnicy 3 przy pomocy śrub 4. Luzując śruby 4 i przesuując podpory można zmieniać odległość punktów podparcia belki.



Rys.4. Stanowisko do badania ugięć belki

Obciążenie belki odbywa się przy pomocy obciążników P zakładanych na szalki 5, przesuwanych wzdłuż belki w dowolne miejsce. Do pomiaru ugięć belki używa się czujników przemieszczeń 6 umocowanych na podstawkach 7. Wartości sił obciążających i wymiary belki muszą być tak dobrane, aby w czasie badań nie została przekroczona granica stosowalności prawa Hooke'a. Ponadto ugięcia belki spowodowane naciskami sprężyn czujników powinny być małe w porównaniu z ugięciami wywołanymi przez obciążenia zasadnicze.

W celu sprawdzenia wzorów teoretycznych należy zmierzyć ugięcia w przekrojach C i D dla dwóch przypadków obciążeń przedstawionych na rys.1 i rys.2. Przy sprawdzaniu zasady Maxwella do pomiarów mogą być wybrane dwa dowolne przekroje belki.

3. Przebieg ćwiczenia

3.1 Pomiar ugięcia belki

- Przygotować arkusz protokołu pomiarów według podanego wzoru.
- Narysować w protokole schemat układu pomiarowego i zapisać dane dotyczące badanego układu. Wysokość h belki należy zmierzyć z dokładnością do 0,01 mm.
- Ustawić podpory w odległości L (podanej przez prowadzącego ćwiczenia) i ustalić śrubami. Zawiesić szalki w odległości a od podpór (rys.1) lub w środku belki (rys.2). W przekrojach C i D belki ustawić czujniki.
- Sprawdzić działanie układu pomiarowego. Przy ręcznym nieznacznym obciążeniu belki czujniki powinny wskazywać w sposób płynny wzrost ugięcia belki, a po odciążeniu powinny wrócić do pierwotnych wskazań.
- Zapisać pierwotne wskazania czujników w protokole. Obciążyć belkę przez łagodne równoczesne założenie na szalki równych obciążników o ciężarze P każdy i ponownie zapisać wskazania czujników. Dla sprawdzenia prawidłowości działania układu pomiarowego należy po łagodnym zdjęciu obciążników sprowadzić wskazania czujników, które powinny być takie same jak przed obciążeniem. Różnica wskazań czujników dla belki obciążonej i nieobciążonej daje

wartość ugięcia. Pomiary ugięć należy wykonać dla obydwóch podanych na rysunkach schematów obciążeń.

3.2 Sprawdzenie zasady Maxwella

Ustalić dwa dowolne przekroje belki, w których przykładane będą obciążenia i mierzone ugięcia. Narysować w protokole schemat układu i zapisać potrzebne dane (odległości).

Wykonać doświadczenie w sposób opisany w punkcie 2.2. Wyniki pomiarów zapisać w protokole i obliczyć błąd względny.

4. Sprawozdanie

Sprawozdanie powinno zawierać:

- Określenie celu ćwiczenia
- Słowne brzmienie zasady wzajemności przemieszczeń Maxwella
- Protokół pomiarów
- Tablicę według podanego poniżej wzoru, zawierającą wartości strzałek ugięcia wyznaczone doświadczalnie i obliczone z wzorów teoretycznych.

Oznaczenie ugięcia	Wartości ugięć		Błąd względny
	z pomiarów	z obliczeń teoretycznych	$\left \frac{f_t - f_d}{f_t} \right 100$
	mm	mm	%
f_{CC}			
f_{DC}			
f_{CD}			
f_{DD}			

- Dyskusję otrzymanych wyników, a w szczególności:
 - Ocenę uzyskanych wyników pomiarów i obliczeń
 - Ocenę przyjętej metody badań
 - Uwagi i wnioski
- Załącznik zawierający:
 - Wyprowadzenie wzorów (1),(2),(3),(4)
 - Szczegółowe obliczenia wartości ugięć według wzorów
 - Wyznaczenie maksymalnych momentów zginających i naprężeń występujących w belce podczas badań

Literatura:

1. Grudziński Karol: **Ćwiczenia laboratoryjne z Wytrzymałości Materiałów**. Politechnika Szczecińska. Szczecin 1972 r.
2. Kowalewski Zbigniew: **Ćwiczenia laboratoryjne z Wytrzymałości Materiałów**. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej. Warszawa 2000 r

3. Katarzyński Stefan, Kocańda Stanisław, Zakrzewski Marek: **Badanie własności mechanicznych metali**. WNT Warszawa 1969
4. M. E Niezgodziński, T. Niezgodziński: **Wzory wykresy i tablice wytrzymałościowe**. WNT 1996r.