

**KATEDRA MECHANIKI
I PODSTAW KONSTRUKCJI MASZYN**

Wydział Inżynierii Mechanicznej i Mechatroniki

**Laboratorium
Wytrzymałości Materiałów**

**WYZNACZANIE MODUŁU YOUNG'A, UMOWNEJ GRANICY
PROPORCJONALNOŚCI I UMOWNEJ GRANICY PLASTYCZNOŚCI**

Opracował : dr inż. Jędrzej Ratajczak*)

Szczecin 2013 r.

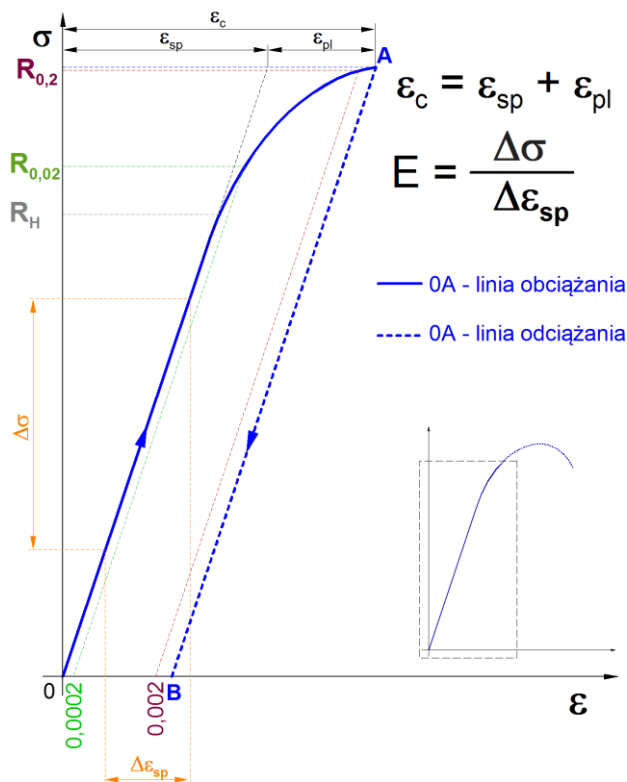
*) za podstawę opracowania posłużył skrypt [1]

1. Cel ćwiczenia

Przy rozwiązywaniu różnych zagadnień wytrzymałościowych potrzebna jest nie tylko znajomość wytrzymałości doraźnej R_m , lecz również innych wskaźników charakteryzujących własności mechaniczne materiału. Należą do nich przede wszystkim granica proporcjonalności, granica sprężystości, granica plastyczności (fizyczna lub umowna) oraz podstawowe stałe sprężyste materiału E oraz ν . Wskaźniki te mogą być wyznaczone w różny sposób, najlepiej do tego celu nadaje się jednak statyczna próba rozciągania, gwarantująca jednorodny stan naprężenia w materiale próbki. Wyznaczenie tych wskaźników wymaga zastosowania precyzyjnej techniki pomiarowej, pozwalającej na zmierzenie bardzo małych odkształceń próbki w początkowym stadium jej rozciągania. Używa się do tego celu specjalnych przyrządów i urządzeń zwanych ogólnie tensometrami.

Celem ćwiczenia jest zapoznanie się z podstawami tensometrii i zastosowaniem jej do wyznaczenia modułu Younga E , umownej granicy proporcjonalności R_{pr} oraz umownej granicy plastyczności $R_{0,2}$. Wykonanie ćwiczenia polega na stopniowym obciążeniu próbki siłami rozciągającymi i dokładnym mierzeniu jej wydłużeń przy pomocy tensometru, sporządzeniu wykresu rozciągania na podstawie otrzymanych wyników pomiarów, wyznaczeniu wskaźników E , R_{pr} , $R_{0,2}$ oraz przeprowadzeniu dyskusji otrzymanych wyników.

Próbę rozciągania, której celem jest wyznaczenie E , R_{pr} , $R_{0,2}$ nazywa się często próbą ścisłą rozciągania w odróżnieniu od próby zwykłej, której celem jest wyznaczenie R_u , R_m , R_e , A , Z .



Rys.1. Dokładny wykres rozciągania (fragment) dla stali bez wyraźnej granicy plastyczności

2. Opis ćwiczenia

2.1. Pojęcia podstawowe

Obciążając stopniowo próbkę siłami rozciągającymi i mierząc dokładnie jej wydłużenie odpowiadające poszczególnym wartościom siły obciążającej, można sporządzić dokładny wykres

*) za podstawę opracowania posłużył skrypt [1]

rozciągania. Wykres taki stanowi podstawę do zbadania stosowalności prawa Hooke'a i wyznaczenia granicy proporcjonalności R_{pr} oraz modułu Younga E . Podstawą do wyznaczenia umownej granicy sprężystości $R_{0,02}$ i plastyczności $R_{0,2}$ jest pomiar wydłużenia trwałego próbki.

Przebieg ścisłej próby rozciągania ilustruje rys.1. Linia OA wykresu odwzorowuje obciążanie próbki, natomiast linia AB jest linią odciążania. Jeżeli nie ma błędów pomiarowych, linia odciążania AB powinna być równoległa do stycznej OC narysowanej z początku układu 0. Linię prostą OC nazywa się charakterystyka sprężystą. Dzieli ona wartości całkowitych (łącznych) wydłużeń na odcinki odpowiadające wydłużeniom sprężystym i plastycznym. Odcięte między osią naprężeń σ i linią OC są wydłużeniami sprężystymi, a odcinki poziome między linią OC i krzywą obciążania - wydłużeniami plastycznymi. Korzystając z pomocy wykresu (rys. 1) można określić podstawowe wskaźniki w rozpatrywanym zakresie naprężeń.

Moduł Young'a E jest to stosunek przyrostu naprężenia $\Delta\sigma$ do odpowiadającego mu przyrostu wydłużenia sprężystego $\Delta\varepsilon$:

$$E = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon_{sp}}, \frac{N}{mm^2}$$

Umowna granica plastyczności $R_{0,2}$ jest to naprężenie nominalne wywołujące w próbce wydłużenie plastyczne $\varepsilon_{pl} = 0,002 = 0,2\%$. Umowną granicę plastyczności wyznacza się prowadząc z punktu na osi wydłużeń odpowiadającego wydłużeniu 0,002 (0,2%) linię równoległą do linii odciążenia AB i znajdując w ten sposób na wykresie punkt przecięcia z wykresem. Naprężenie odpowiadające temu punktowi jest umowną granicą plastyczności.

Oprócz umownej granicy plastyczności w podobny sposób można wyznaczyć inne umowne naprężenia graniczne typu R_x dla przyjętych wydłużeń plastycznych x zawartych w granicach od 0,00001 (0,001%) do 0,005 (0,5%). Na rys.1 pokazano również poglądowo wyznaczenie tzw. **umownej granicy sprężystości $R_{0,02}$** tzn. naprężenia przy którym wydłużenie plastyczne osiąga wartość $\varepsilon_{pl} = 0,0002 = 0,02\%$, a więc 10-krotnia mniejszą niż przy umownej granicy plastyczności.

Umowna granica proporcjonalności R_{pr} jest synonimem granicy stosowalności prawa Hooke'a, którą oznacza się R_H . Wyznacza się ją w sposób umowny przez dopuszczalną odchyłkę $\text{tg}\alpha$ od wartości średniej, czyli przez przyjęcie dopuszczalnej odchyłki na wartość współczynnika sprężystości E . Definiuje się ją jako naprężenie, przy którym stosunek naprężenia σ do odpowiadającego mu wydłużenia względnego ε stanowi $2/5$ współczynnika sprężystości podłużnej E .

Granicy proporcjonalności nie wolno utożsamiać z granicą sprężystości, która nie wiąże się z prawem proporcjonalności, jakkolwiek, dla stali posiadają one bliskie sobie wartości.

2.2. Urządzenia do pomiaru odkształceń

Różnego rodzaju przyrządy i urządzenia umożliwiające dokładny pomiar zmiany długości bazy pomiarowej próbki (lub elementu konstrukcji) noszą ogólną nazwę **tensometrów**, zespół zaś odpowiednich metod pomiarowych nazywa się **tensometrią**.

Występuje wiele rodzajów tensometrów różniących się zasadą działania, wymienić tutaj można: mechaniczne, oporowe, optyczne i inne. Ponadto dzieli się je na tensometry do badań statycznych i dynamicznych. Pierwsze z nich nadają się wyłącznie do pomiarów wolno zachodzących zmian długości bazy, drugie również do przebiegów szybko zmiennych, np. przy obciążeniu zmęczeniowym.

Rozróżnia się tensometry o dużej **bazie** (50 mm i więcej), średniej (10 do 50 mm) i małej (poniżej 10 do 0,5 mm). Tensometry o dużej i średniej bazie stosuje się do wyznaczenia stałych sprężystości na próbkach o tak dobranych kształtach, aby na całej długości bazy zapewniony był jednakowy stan naprężenia, Tensometry o małej bazie stosuje się przy pomiarze naprężeń lokalnych, głównie przy wyznaczaniu wartości naprężeń szczytowych w miejscach działania karbu.

W przypadku tensometrów mechanicznych (często stosowanych do wyznaczania E , R_{pr} , $R_{0,2}$) obok bazy wielkością charakterystyczną tensometru jest jego **przełożenie**. Przełożeniem tensometru nazywa się stosunek długości drogi przebytej przez wskaźnik urządzenia rejestrującego do odpowiadającej tej drodze zmiany długości bazy.

Ze względu na możliwą dokładność pomiaru rozróżnia się tensometry o małej, średniej i wysokiej dokładności. Na przykład do pomiaru umownej granicy plastyczności należy użyć tensometru, który

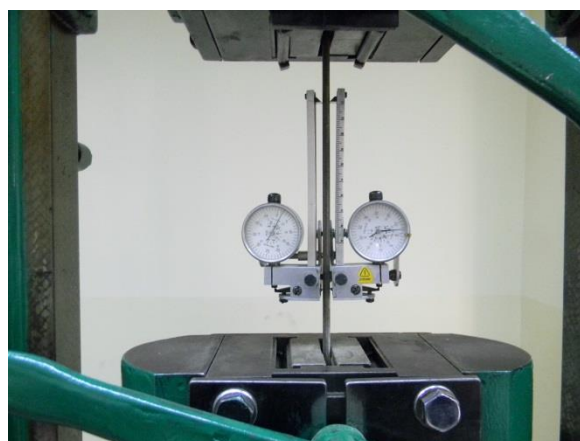
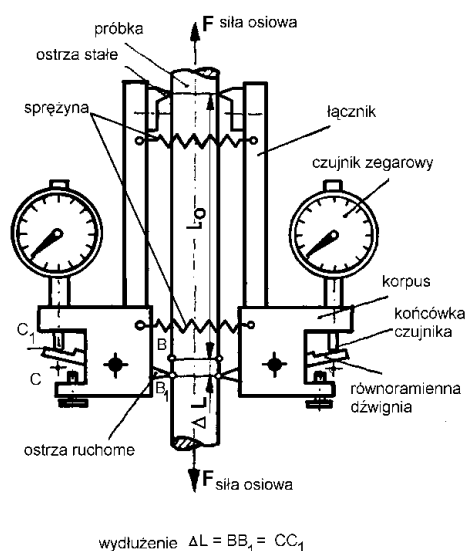
*) za podstawę opracowania posłużył skrypt [1]

umożliwiłyby uchwycenie wartości $\varepsilon = 0,002$. Natomiast do pomiaru granicy sprężystości wymagane jest uchwycenie wartości $\varepsilon = 0,0002$. Czułość tensometru musi być zatem 10-krotnie większa, jeżeli pomiaru dokonuje się na tej samej długości bazy pomiarowej. W pierwszym przypadku tensometr o bazie 100 mm musi wykazywać zmiany długości bazy wynoszące dziesiąte części milimetra w drugim zaś setne. Jeżeli natomiast baza wynosiłaby 10 mm, to do wyznaczenia umownej granicy plastyczności konieczne byłoby uchwycenie zmian długości bazy o setne milimetra, zaś dla granicy sprężystości - o mikrometry. Przełożenie tensometru musi być więc tym większe, im mniejsza jest baza i im większa wymagana jest dokładność. Tensometry o dużej bazie mają zazwyczaj przełożenie od 1 : 50 do 1 : 500, o średniej bazie - od 1:1000 do 1:10000, zaś specjalne tensometry o małej bazie mają przełożenie rzędu 1:100000, tzn. pozwalają na uchwycenie zmian długości bazy 1 mm o 0,01 μm .

Dokładniej omówiony zostanie tensometr mechaniczny o dużej bazie, wykorzystany w ćwiczeniu. Tensometry elektryczne są omówione i wykorzystane w innym ćwiczeniu.

2.3. Tensometr z czujnikami zegarowymi typu MK3

Tensometr MK3 (rys.2) jest typowym przedstawicielem tensometrów mechanicznych, w których elementem mierzącym jest czujnik zegarowy. Tensometr ten mocuje się na próbce za pomocą dwóch par ostrzy, z których dolna para osadzona jest przegubowo. Ostrza górne połączone są z korpusem za pomocą łączników. Końcówki czujników umocowanych w korpusie opierają się na dźwigniach.



Rys.2. Tensometr MK3, schemat i widok.

Jeżeli próbka wydłuży się na długości bazy o odcinek ΔL , to towarzyszy temu przesunięcia ostrzy dolnych o odcinek BB_1 . Ze względu na to, że dźwignia jest równoramienna, odcinek $CC_1 = BB_1 = \Delta L$. Odcinek CC_1 mierzy bezpośrednio czujnik z dokładnością do 0,01 mm,

Stała wzorcowa tensometru K jest to liczba przez którą należy pomnożyć różnicę wskazań tensometru, aby uzyskać odpowiadające jej przyrosty wydłużenia jednostkowego próbki. Równa się ona ilorazowi przyrostu długości pomiarowej ΔL do różnicy wskazań przyrządu Δt pomnożonemu przez odwrotność długości pomiarowej

$$K = \frac{\Delta L}{\Delta t} \cdot \frac{1}{L_0}$$

stąd

$$\varepsilon = K \cdot \Delta t$$

Na przykład dla tensometru MK3 z czujnikami zegarowymi o dokładności 0,01mm i długości pomiarowej $L_0 = 120\text{mm}$:

*) za podstawę opracowania posłużył skrypt [1]

$$K = 0,001 \cdot \frac{1}{120} = \frac{1}{12000} = 0,0000833,$$

stąd

$$\varepsilon = K \cdot \Delta t = 0,0000833 \cdot \Delta t$$

gdzie $\Delta t = t_2 - t_1$, jest to różnica wskazań tensometru.

2.4. Próbkki

Do próby należy stosować próbki okrągłe z główkami o kształcie i wymiarach określonych w normie **PN-H-04310:1991P**. Zaleca się stosować próbki o średnicy 10 mm i długości pomiarowej $L = 100$ mm. W przypadku, gdy konstrukcja tensometru tego wymaga stosuje się próbki o zwiększonej długości pomiarowej L .

2.5. Maszyna wytrzymałościowa

Zakres obciążeń maszyny przy wyznaczaniu modułu Young'a i umownej granicy proporcjonalności powinien być tak dobrany, aby siła potrzebna do osiągnięcia granicy plastyczności przekraczała 40% pełnego zakresu obciążeń. Dla zmniejszenia prędkości posuwu i uniknięcia zakłócającego wpływu sił dynamicznych (np. przy włączaniu silnika) wykorzystuje się bardzo wolny napęd ręczny maszyny. Dokładność wskazań siłomierza winna wynosić +/- 1%.

2.6. Wyznaczenie modułu Young'a E

W myśl prawa Hooke'a całkowity przyrost długości ΔL odpowiadający przyrostowi siły ΔF wyraża się wzorem:

$$\Delta L = \frac{\Delta F \cdot L_0}{E \cdot S_0},$$

stąd

$$E = \frac{\Delta F \cdot L_0}{S_0 \cdot \Delta L},$$

gdzie S_0 – pole przekroju poprzecznego próbki.

Tak więc E może być wyznaczone, jeżeli dokona się pomiaru wydłużenia ΔL odpowiadającego sile ΔF . Podstawiając do wzoru:

$$\begin{aligned} \Delta F &= F_2 - F_1 \\ \Delta L &= K \cdot L_0 \cdot (t_2 - t_1) \end{aligned}$$

otrzymuje się ostatecznie:

$$E = \frac{F_2 - F_1}{S_0 \cdot K \cdot (t_2 - t_1)},$$

lub

$$E = \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1},$$

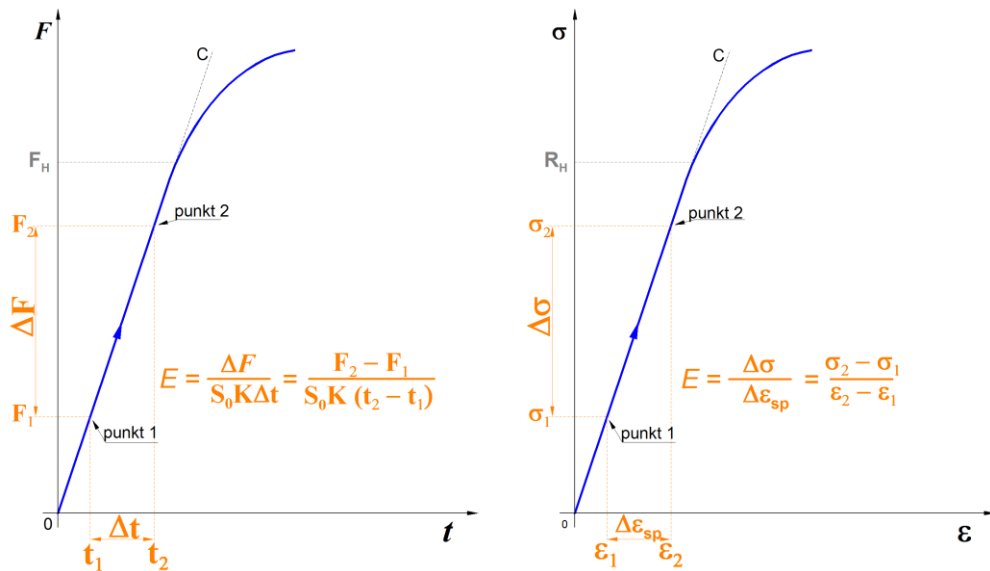
gdzie: F_1 i F_2 – wartości sił obciążających,

t_1 i t_2 – wskazania tensometru,

σ_1 i σ_2 – naprężenia normalne odpowiadające siłom F_1 i F_2 ,

ε_1 i ε_2 – odkształcenia względne odpowiadające wskazaniom t_1 i t_2 .

Powyższe wartości odczytuje się z charakterystyki sprężystej (OC) na wykresie rozciągania (rys.3).

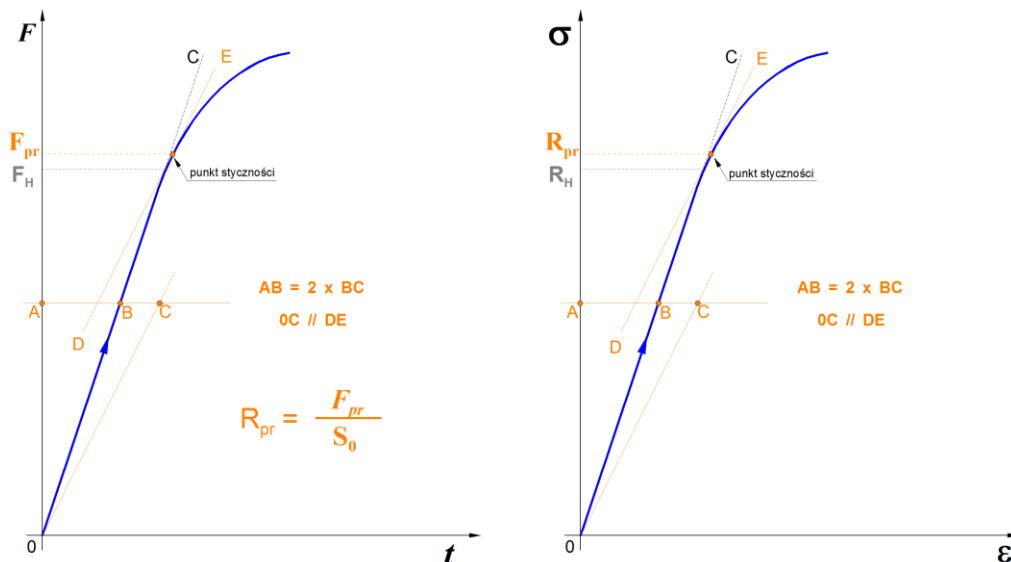


Rys.3. Wykresy pomocnicze do wyznaczania modułu Young'a

2.7. Wyznaczenie umownej granicy proporcjonalności

Umowną granicę proporcjonalności wyznacza się w sposób wykreślny. Na wykresie rozciągania (rys.4) kreśli się linię poziomą AB przecinającą krzywą rozciągania w zakresie proporcjonalności sił obciążających do wydłużeń, odmierza odcinek BC = 0,5 AB dla wyznaczenia punktu C i łączy go z punktem 0. Następnie kreśli się linię DE, styczną do krzywej rozciągania i równoległą do linii 0C. Rzędna punktu styczności przedstawia wartość siły obciążającej F_{pr} odpowiadającej umownej granicy proporcjonalności, którą oblicza się z wzoru:

$$R_{pr} = \frac{F_{pr}}{S_0}, \quad \frac{N}{mm^2}.$$



Rys.4. Wykresy pomocniczy do wyznaczania umownej granicy proporcjonalności, b) umownej granicy plastyczności metodą obciążania.

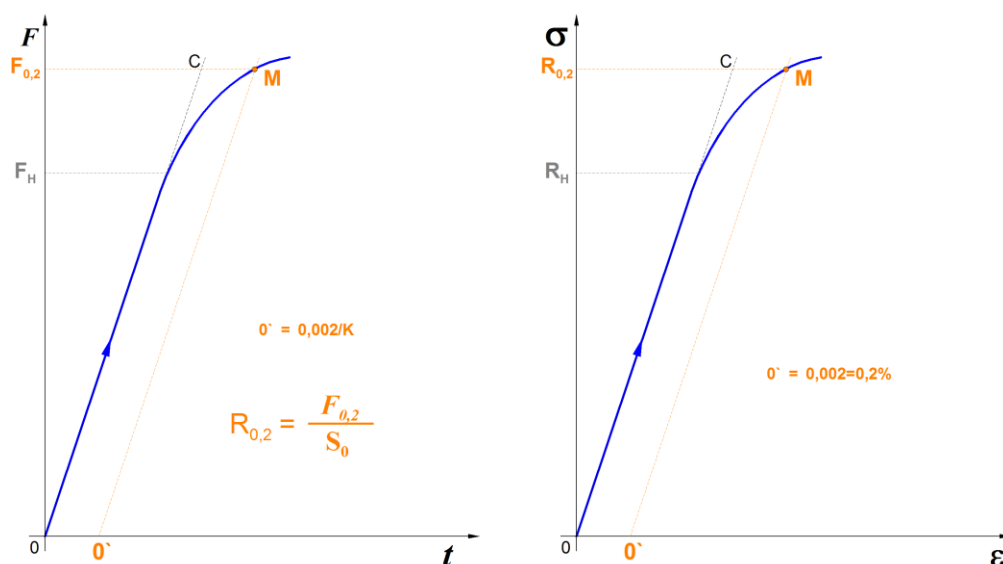
2.8. Wyznaczenie umownej granicy plastyczności

Umowną granicę plastyczności wyznacza się dla materiałów sprężysto-plastycznych, w tych przypadkach, gdy brak jest wyraźnej (fizycznej) granicy plastyczności. Polska Norma **PN-H-04310:1991P** podaje dwie metody wyznaczania umownej granicy plastyczności.

2.8.1. Metoda obciążania

Wyznaczanie umownej granicy plastyczności metodą obciążania przeprowadza się wykreślić w sposób następujący. Na wykresie rozciągania (rys.5), sporządzonym na podstawie odczytów wskazań tensometru i siłomierza, odmierzają się na osi odciętych wielkość $00'$ równą $0,002/K$ działek odpowiadającą odkształceniu $\varepsilon=0,2\%$. Przez punkt O' przeprowadza się linię $O'M$ równoległą do linii OC (będącej styczną do odcinka prostoliniowego wykresu). Rzędna punktu M przedstawia wartość siły obciążającej $F_{0,2}$ odpowiadającej umownej granicy plastyczności, którą oblicza się ze wzoru:

$$R_{0,2} = \frac{F_{0,2}}{S_0}, \quad \frac{N}{mm^2}.$$



Rys.5. Wykresy pomocnicze do wyznaczania umownej granicy plastyczności metodą obciążania.

2.8.2. Metoda odciążania

Metoda odciążania polega na stopniowym obciążaniu i odciążaniu próbki oraz pomiarze trwałych wydłużeń po każdym odciążeniu, jak niżej:

1. Próbkę obciąża się wstępnie siłą F_w stanowiącą około 10% przypuszczalnej siły odpowiadającej umownej granicy plastyczności.

2. Na próbkę zakłada się tensometr i obciąża ją siłą równą podwójnej wartości wstępnej siły obciążającej $2F_w$.

3. Po ok. 10 sek. działania siły $2F_w$ próbkę odciąża się do wstępnej siły obciążającej F_w i wskazówkę przyrządu pomiarowego ustawia na zero lub inną działkę.

4. Próbkę obciąża się stopniowo i każdorazowo po 10 sek, działania pełnej stopniowej siły obciążającej, odciąża się do wielkości wstępnej siły F_w . Wartość pierwszej stopniowej siły obciążającej nie powinna przekraczać siły wywołującej naprężenie równe 70% umownej granicy plastyczności; wartość następnych przyrostów sił obciążających powinna być taka, aby kolejne zwiększenie naprężeń w próbce nie przekraczało $20 N/mm^2$.

5. W czasie próby notuje się siłę obciążającą i odpowiadające jej po odciążeniu do wstępnej siły F_w wskazania przyrządu do pomiaru wydłużeń (tensometru). Próbę przerywa się, gdy trwałe

*) za podstawę opracowania posłużył skrypt [1]

wydłużenia przekroczyć 0,2% długości pomiarowej, czyli wartość równą 0,002/K działek skali tensometru.

6. Umowną granicę plastyczności oblicza się z wzoru:

$$R_{0,2} = \frac{1}{S_0} \left[F_1 + (F_2 - F_1) \frac{t_{0,2} - t_1}{t_2 - t_1} \right], \frac{N}{mm^2}$$

przy czym:

- $t_{0,2} = 0,002/K$ - liczba działek (wskazanie tensometru) odpowiadające trwałemu wydłużeniu równemu 0,2% długości pomiarowej,
- t_1 oraz t_2 - liczba działek (kolejne wskazania tensometru), z których pierwsze oznacza wartość wydłużenia trwałego mniejszą od $t_{0,2}$, a drugie większą od $t_{0,2}$,
- F_1 oraz F_2 - siły odpowiadające wskazaniom tensometru odpowiednio t_1 oraz t_2 .

Umowną granicę plastyczności $R_{0,2}$ należy obliczyć z dokładnością +/- 5 N/mm².

3. Przebieg ćwiczenia

1. Przygotować arkusz protokołu pomiarów wg podanego wzoru (przed przystąpieniem do wykonania ćwiczenia),
2. Zapisać w protokole dane dotyczące próbki, maszyny wytrzymałościowej oraz tensometru.
3. Dobrać skalę maszyny (wg wytycznych podanych w 2,5).
4. Umocować próbkę w uchwytach maszyny i założyć na nią tensometr do pomiaru wydłużeń.
5. Obciążyć próbkę wstępnie; wstępna siła obciążająca F_w winna być tak dobrana, aby naprężenie rozciągające w próbce osiągnęło wartość ok. 10% przypuszczalnej granicy plastyczności lecz nie przekraczało dla stali 50N/mm², a dla metali nieżelaznych 30 N/mm².
6. Obciążać stopniowo próbkę (ręcznie) i notować wskazania tensometru. Wyniki notować w tabelicy zamieszczonej w protokole. Zaleca się stopniowanie obciążeń o 1/10 siły odpowiadającej przypuszczalnej granicy plastyczności. Powyżej granicy proporcjonalności wartość stopniowego obciążenia powinna być mniejsza, aby umożliwić dokładne wykreślenie krzywej rozciągania w miejscu zakrzywienia (rys. 5).
7. Wykreślić krzywą rozciągania (na papierze milimetrowym formatu A4). Krzywą rozciągania wykreślić w możliwie dużej skali w prostokątnym układzie współrzędnych, przyjmując na osi rzędnych siły obciążające F , zaś na osi odciętych wskazania tensometru w działkach t . Skale obu wielkości należy tak dobrać, aby kąt nachylenia krzywej rozciągania do osi odciętych w zakresie odkształceń proporcjonalnych mieścił się w granicach od 50° do 70°.
8. Wyznaczyć wartości: modułu Younga E , umownej granicy proporcjonalności R_{pr} oraz umownej granicy plastyczności $R_{0,2}$.

4. Sprawozdanie

Sprawozdanie winno zawierać:

1. Określenie celu próby.
2. Definicje wyznaczanych, wskaźników.
3. Opis metod wyznaczania E , R_{pr} , $R_{0,2}$
4. Opracowany wykres rozciągania.
5. Wyniki próby (E , R_{pr} , $R_{0,2}$).
6. Dyskusję otrzymanych wyników, a w szczególności:
 - omówienie wyznaczonej charakterystyki materiału (wykresu rozciągania),
 - ocenę otrzymanych wyników próby (porównanie wyznaczonych wskaźników z ich wartościami wg normy),
 - ocenę przyjętej metody pomiarów (źródła błędów),
 - uwagi i wnioski.
7. Protokół pomiarów.

Literatura:

1. Grudziński Karol: **Ćwiczenia laboratoryjne z Wytrzymałości Materiałów**. Politechnika Szczecińska. Szczecin 1972 r.
2. Polska Norma **PN-H-04310:1991P**.