

Politechnika Szczecińska  
Katedra Mechaniki i Podstaw Konstrukcji Maszyn

**POMIARY ODKSZTAŁCEŃ  
TENSOMETRAMI REZYSTANCYJNYMI**

Ćwiczenie laboratoryjne

Opracował: *dr inż. Ryszard Kawiak*

Szczecin, luty 2004 rok

## Spis treści

<b>1. WSTĘP .....</b>	<b>3</b>
<b>2. TENSOMETRY REZYSTANCYJNE .....</b>	<b>3</b>
<b>2.1. Budowa .....</b>	<b>3</b>
<b>2.2. Zasada działania .....</b>	<b>6</b>
<b>2.3. Klejenie tensometrów .....</b>	<b>8</b>
<b>3. UKŁAD POMIAROWY ZMIAN REZYSTANCJI .....</b>	<b>9</b>
<b>4. ŹRÓDŁA BŁĘDÓW POMIARÓW TENSOMETRYCZNYCH .....</b>	<b>10</b>
<b>5. PRZEBIEG ĆWICZENIA .....</b>	<b>11</b>
<b>5.1. Wyznaczenie naprężeń w belce wspornikowej .....</b>	<b>11</b>
<b>5.2. Wyznaczenie naprężeń w pręcie zakrzywionym .....</b>	<b>12</b>
<b>5.3. Wyznaczenie naprężeń w zbiorniku ciśnieniowym .....</b>	<b>13</b>
<b>6. SPRAWOZDANIE .....</b>	<b>13</b>
<b>7. LITERATURA .....</b>	<b>14</b>

## 1. WSTĘP

Ocena wytrzymałości elementów maszyn i konstrukcji opiera się w dużej mierze na znajomości panujących w nich naprężeń. Znane z wytrzymałości materiałów wzory pozwalają na obliczanie naprężeń z wystarczającą dokładnością tylko w elementach o prostych kształtach, obciążonych w sposób nieskomplikowany. Dla elementów o skomplikowanej geometrii, obciążonych w sposób złożony, brak jest odpowiednich wzorów wytrzymałościowych, a ściśle rozwiązanie metodami teorii sprężystości jest praktycznie niemożliwe. W takich przypadkach, w których, w wyniku napotykanymi trudnościami, również przybliżone metody numeryczne często zawodzą, posłużyć się można metodami doświadczalnymi. Zalety tych metod sprawiają, że bardzo chętnie sięga się po nie, także przy analizie znacznie prostszych zagadnień.

Ponieważ bezpośredni pomiar naprężeń nie jest możliwy, w praktyce prowadzone są pomiary odkształceń, zwykle na swobodnych powierzchniach elementów. Odkształcenia stanowią podstawę dla wyznaczenia naprężeń z prawa Hooke'a, określającego jednoznacznie zależność pomiędzy naprężeniami i odkształceniami w izotropowym ciele liniowo-sprężystym. Odkształcenia mierzy się specjalnymi urządzeniami nazywanymi tensometrami. Spośród wielu rodzajów tensometrów największe znaczenie w technice laboratoryjnej mają tensometry rezystancyjne.

Celem ćwiczenia jest zapoznanie się z podstawami teoretycznymi i praktyczną realizacją pomiaru odkształceń tensometrami rezystancyjnymi (elektrooporowymi).

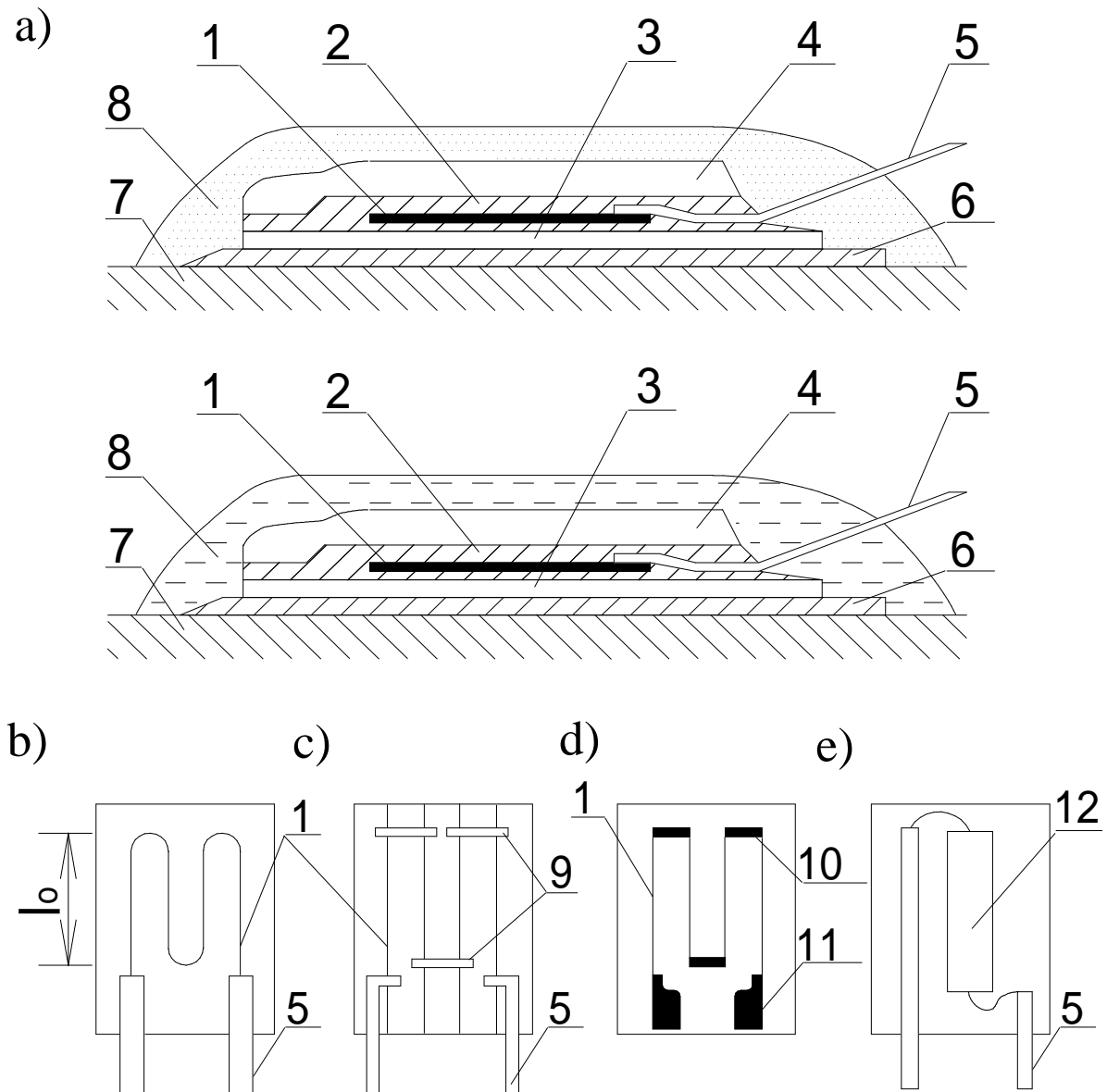
## 2. TENSOMETRY REZYSTANCYJNE

### 2.1. Budowa

Schemat przekroju tensometru pokazano na rysunku 1a. Tensometr składa się z elementu rezystancyjnego 1 przyklejonego specjalnym klejem 2 do podkładki nośnej 3 i nakładki 4. Do elementu rezystancyjnego najczęściej przyłutowane są tzw. końcówki 5 służące do łączenia tensometru z przewodami prowadzącymi do aparatury pomiarowej. Podkładki nośne i nakładki, chroniące elementy rezystancyjne przed uszkodzeniami, a także spełniające rolę izolacji, wykonuje się z cienkiej bibuły papierowej, celuloиду lub folii z tworzyw sztucznych.

W zależności od technologii wykonania i zastosowanego materiału na elementy rezystancyjne wyróżnić można tensometry wężykowe, kratowe, foliowe i półprzewodnikowe. Schematy wymienionych tensometrów pokazano odpowiednio na rysunku 1b, c, d i e. W dwu pierwszych typach tensometrów elementy rezystancyjne wykonuje się z drutu o średnicy 20-40  $\mu\text{m}$ , wykonanego ze specjalnego stopu, np. konstantanu (60% Cu, 40% Ni), chromonikieliny (75% Ni, 12% Fe, 11% Cr,

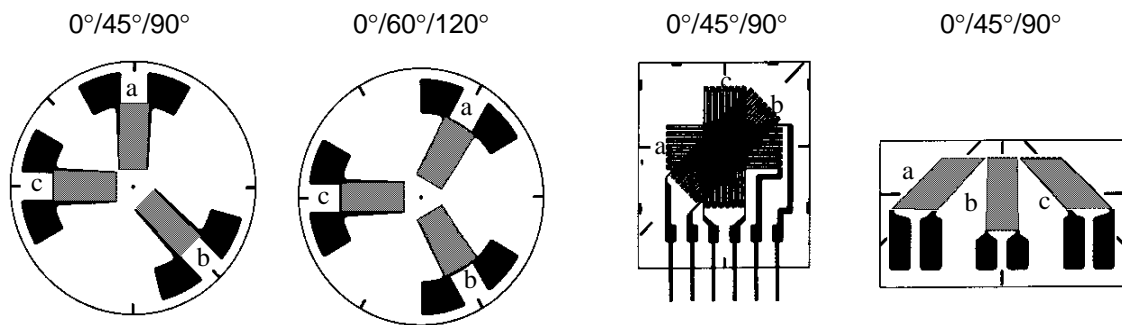
2% Mn) lub innych materiałów. W tensometrach wężykowych element rezystancyjny wykonuje się w postaci wielokrotnej pętli, w tensometrach kratowych natomiast z pojedynczych prostoliniowych odcinków drutu, połączonych w obwód miedzianą taśmą 9, o znacznie większym przekroju niż łączone druty. Obwód elektryczny tensometru foliowego w całości (1, 10 i 11, rys.1d) wykonuje się z metalowej folii o grubości 2,5-25  $\mu\text{m}$ , sposobem zbliżonym do fotochemicznej metody wykonywania tzw. obwodów drukowanych.



Rys.1. Schemat budowy tensometrów: a) przekrój tensometru naklejanego na badany obiekt, b) tensometr wężykowy, c) kratowy, d) foliowy, e) półprzewodnikowy

Powyższe trzy typy tensometrów rezystancyjnych są bardzo wygodne w eksploatacji i szeroko stosowane, wymagają jednak specjalnych urządzeń pomiarowych ze względu na stosunkowo małą czułość. Stwierdzono, że półprzewodniki wykazują o blisko dwa rzędy większą czułość niż stosowane dotychczas stopy. Do budowy tensometrów półprzewodnikowych używa się cienkich pręcików 12 (rys.1e) wyciętych z dużych kryształów.

Wyznaczenie stanu naprężenia na podstawie odkształceń pomierzonych jednym tensometrem jest możliwe w przypadku, gdy znane są kierunki główne i stosunek naprężeń głównych. Aby wyznaczyć trzy składowe płaskiego stanu naprężenia w danym punkcie badanej powierzchni, należy określić trzy składowe stanu odkształcenia, tj. np. wartości odkształceń liniowych w trzech dowolnie wybranych kierunkach przecinających się w wybranym punkcie. Stosuje się do tego celu różne typy rozet tensometrycznych, pokazanych przykładowo na rysunku 2.



Rys.2. Przykłady rozet tensometrycznych

Dobierając tensometr do określonego celu należy brać pod uwagę następujące jego parametry:

- wymiary geometryczne (baze),
- rezystancję i jej tolerancję,
- współczynnik czułości (stałą tensometru),
- maksymalne wydłużenie,
- wytrzymałość zmęczeniową,
- maksymalne natężenie prądu pomiarowego,
- skrajne temperatury użytkowania,
- pełzanie,
- odkształcenie pozorne w zależności od temperatury,
- oporność izolacji.

Wymiary tensometru dobiera się odpowiednio do wymiarów elementu, na którym ma być on naklejony oraz spodziewanego gradientu naprężenia. Decydują one o polu powierzchni, z której średnią wartość odkształcenia wskazuje tensometr. Długości baz  $l_0$  (rys.1) tensometrów zawierają się w dość szerokich granicach i wynoszą 0,1-120mm.

Rezystancja tensometrów powinna być taka, aby mieściła się w granicach rezystancji podłączanych do aparatury pomiarowej. W praktyce używane są najczęściej tensometry o rezystancji równej 120, 350 lub 700 $\Omega$ .

Współczynnik czułości tensometru zależy od materiału zastosowanego przewodnika i waha się on w granicach 1,9-3,5; a dla półprzewodników osiąga wartość około 130.

Długość bazy, rezystancja i współczynnik czułości określają podstawowe właściwości tensometrów. Niemniej, pozostałe parametry mają również istotne znaczenie. Maksymalne wydłużenie tensometru określa największą wartość mierzonego odkształcenia, poniżej którego tensometr może pracować w sposób powtarzalny, bez uszkodzeń mechanicznych. Przy odkształceniach zmiennych zawsze należy liczyć się z możliwością zmęczeniowego uszkodzenia tensometru, uniemożliwiającego pomiar lub będącego źródłem przypadkowego błędu pomiaru. Największą wytrzymałość zmęczeniową mają tensometry wężykowe, następnie foliowe, a najmniejszą kratowe. Maksymalne natężenie prądu pomiarowego zależy między innymi od warunków chłodzenia tensometru. Tensometry foliowe, w porównaniu do tensometrów drucikowych, lepiej odprowadzają do podłoża ciepło wydzielone w nich w czasie przepływu prądu. Dopuszczalna wartość prądu dla tensometrów foliowych sięga 200 mA, a dla tensometrów drucikowych około 30 mA. Maksymalna temperatura użytkowania tensometru zależy od jego konstrukcji oraz od materiału przewodnika, podkładki nośnej i rodzaju stosowanego kleju. W skrajnym przypadku tensometr wężykowy, wykonany ze stopu żaroodpornego, naklejony bezpośrednio na odpowiednio przygotowaną powierzchnię specjalnym cementem krzemionkowym, może pracować w temperaturach do 1100°C. Wyniki pomiaru odczytywane w pewnych odstępach czasu, uzyskiwane za pomocą tensometru naklejonego na elemencie sprężystym i poddanego stałemu odkształceniu, mogą zmienić się. Różnice wskazań spowodowane są pełzaniem tensometru i kleju mocującego go do podłoża. Jednym z ważniejszych czynników wpływających na stabilność sygnałów tensometrów rezynstacyjnych jest temperatura. Zmiana temperatury pociąga za sobą odkształcenia termiczne konstrukcji, odkształcenia tensometru oraz zmianę rezystancji materiału tensometru. Prawidłowe działanie tensometru wymaga, aby rezystancja jego izolacji była nie mniejsza niż 50 MΩ. Tę samą wartość rezystancji powinien wykazywać naklejony tensometr między masą, a dowolnym przewodem wyjściowym.

## **2.2. Zasada działania**

W tensometrii elektro-oporowej wykorzystywane jest zjawisko fizyczne zmiany rezystancji przewodnika pod wpływem odkształceń. Po zamocowaniu tensometru specjalnym klejem 6 w wybranym miejscu, odkształcenia elementu rezystancyjnego 1 i odpowiednich włókien badanego elementu 7 (rys.1) są praktycznie jednakowe. Rezystancja R przewodnika (tensometru) wynosi

$$R = \rho \frac{l}{A}, \quad (1)$$

gdzie:  $\rho$  - rezystywność,  $l$  - długość,  $A$  - pole przekroju przewodnika. Analityczną zależność między odkształceniem a zmianą rezystancji przewodnika otrzymuje się następująco. Logarytmując wyrażenie (1), otrzymuje się

$$\ln R = \ln \rho + \ln l - \ln A, \quad (2)$$

a po zróżniczkowaniu równania (2), otrzymuje się

$$\frac{dR}{R} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dl}{l} - \frac{dA}{A}. \quad (3)$$

Dla przyrostów skończonych równanie (3) przyjmuje postać

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta \rho}{\rho} + \frac{\Delta l}{l} - \frac{\Delta A}{A}. \quad (4)$$

Korzystając z zależności :

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}, \quad \nu = -\frac{\frac{\Delta d}{d}}{\frac{\Delta l}{l}}, \quad A = \frac{\pi d^2}{4},$$

gdzie:  $\varepsilon$  - jednostkowe odkształcenie liniowe,  $\Delta l$  - przyrost długości przewodnika,  $\nu$  - współczynnik Poissona,  $\Delta d$  - zmniejszenie średnicy przewodnika,  $d$  - średnica przewodnika, składnik  $\Delta A/A$  sumy z równania (4) można przekształcić do postaci

$$\frac{\Delta A}{A} = -2\nu \frac{\Delta l}{l}. \quad (5)$$

Po podstawieniu wyrażenia (5) do równania (4) i odpowiednich przekształceniach otrzymuje się

$$\frac{\Delta R}{R} = \left[ 1 + 2\nu + \frac{\Delta \rho}{\rho} \frac{l}{\varepsilon} \right] \cdot \varepsilon. \quad (6)$$

Przyjmując, że

$$1 + 2\nu + \frac{\Delta\rho}{\rho} \frac{l}{\varepsilon} = k, \quad (7)$$

otrzymuje się zasadnicze równanie tensometrii oporowej

$$\frac{\Delta R}{R} = k \cdot \varepsilon, \quad (8)$$

gdzie:  $k$  jest stałą tensometru.

Zakładając, że mierzone odkształcenia są odkształceniami sprężystymi, naprężenia oblicza się z prawa Hooke'a. Dla jednosiowego stanu naprężenia w postaci

$$\sigma_1 = E \cdot \varepsilon_1 \quad (9)$$

a dla płaskiego stanu naprężenia

$$\sigma_1 = \frac{E}{1 - \nu^2} (\varepsilon_1 + \nu\varepsilon_2), \quad (10)$$

$$\sigma_2 = \frac{E}{1 - \nu^2} (\varepsilon_2 + \nu\varepsilon_1),$$

gdzie:  $E$  - moduł Younga,  $\varepsilon_1$  i  $\varepsilon_2$  - jednostkowe odkształcenia liniowe mierzone w głównych kierunkach stanu odkształcenia i naprężenia.

### 2.3. Klejenie tensometrów

Zgodnie z technologią klejenia tensometrów należy:

- powierzchnie pod tensometr oczyścić z tlenków, rdzy, farby i innych zanieczyszczeń,
- nadać oczyszczonej powierzchni odpowiednią chropowatość, np. używając papieru ściernego Nr 180,
- zmyć chemicznie powierzchnie używając tamponów z białej tkaniny bawełnianej,
- nanieść na powierzchnię określone znaki umożliwiające dokładne pozycjonowanie tensometru,

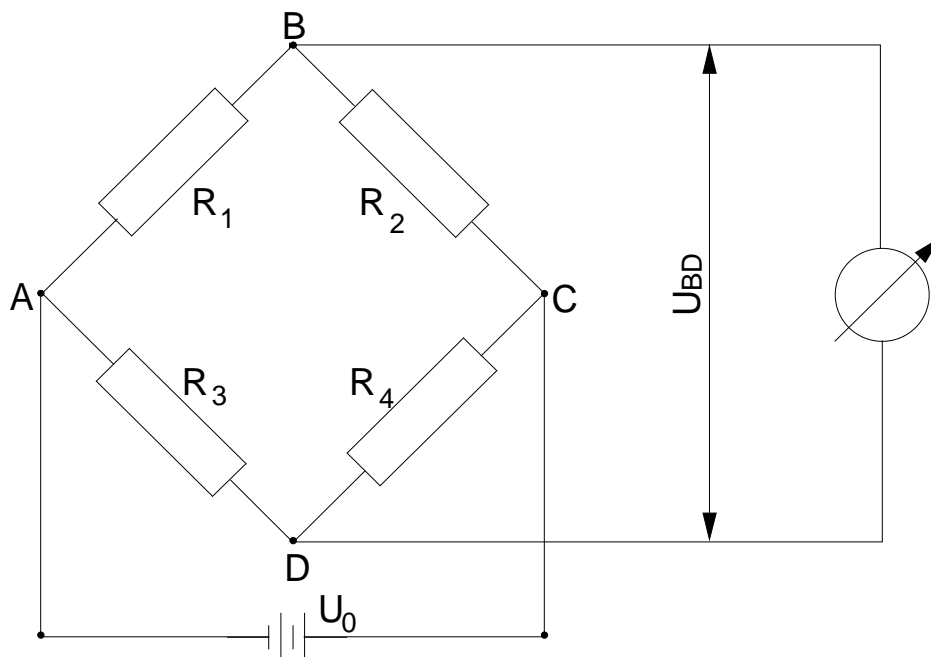


- w miejscu przewidzianym na tensometr nałożyć cienką warstwę kleju,
- ułożyć tensometr na warstwie kleju, w kierunku określonym przez naniesione wcześniej znaki, i mocno docisnąć go w celu usunięcia nadmiaru kleju oraz pęcherzyków powietrza,
- przeprowadzić suszenie kleju zgodnie z odpowiednią procedurą,
- sprawdzić rezystancję izolacji tensometru,
- przylutować do punktów lutowniczych końcówki tensometru i przewodów prowadzących do aparatury pomiarowej,
- zabezpieczyć tensometr przed wpływem czynników zewnętrznych i uszkodzeniami mechanicznymi.

Przedstawiona procedura klejenia tensometrów zawiera jedynie uwagi ogólne. Jeżeli chodzi o szczegóły, to zawsze należy stosować się do zaleceń producenta zastosowanych tensometrów i kleju.

### 3. UKŁAD POMIAROWY ZMIAN REZYSTANCJI

Do pomiaru niewielkich procentowych zmian rezystancji  $\Delta R$  najczęściej stosowany jest układ mostka Wheatstone'a (rys.3). Układ ten, może być stosowany do pomiarów  $\Delta R$ , wywołanych odkształceniami statycznymi lub dynamicznymi.



Rys.3. Schemat elektryczny mostka Wheatstone'a

Spadki napięć na odcinkach  $AB$  i  $AD$  mostka zasilanego stałym napięciem  $U_o$ , z rezystancjami  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  i  $R_4$  (tensometrami), wynoszą odpowiednio

$$U_{AB} = U_o \frac{R_1}{R_1 + R_2}, \quad U_{AD} = U_o \frac{R_3}{R_3 + R_4}. \quad (11)$$

Napięcie wyjściowe  $U_{BD}$ , mierzone przyrządem o dużym oporze wewnętrznym, jest równe

$$U_{BD} = U_{AB} - U_{AD} = U_o \frac{R_1 R_4 - R_2 R_3}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)}. \quad (12)$$

Jeżeli  $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R$ , to przyrząd pomiarowy wskaże  $U_{BD} = 0$  (mostek jest wyrównoważony). Na podstawie zależności (12) można wykazać, że gdy w wyrównoważonym mostku nastąpi zmiana rezystancji jednego z tensometrów o  $\Delta R$ , pod wpływem zadanego odkształcenia, to przyrząd pomiarowy wskaże zmianę napięcia.

$$\Delta U \approx U_o \frac{\Delta R}{4 \cdot R}. \quad (13)$$

Na podstawie zależności (8) i (13) odkształcenie powodujące zmianę napięcia wyjściowego jest równe

$$\varepsilon = \frac{4 \cdot \Delta U}{k \cdot U_o}. \quad (14)$$

Dla mostka z dwoma lub czterema czynnymi tensometrami analogiczne równania mają postać odpowiednio

$$\varepsilon = \frac{2\Delta U}{k \cdot U_o}, \quad \varepsilon = \frac{\Delta U}{k \cdot U_o}. \quad (14a \text{ i } b)$$

#### 4. ŹRÓDŁA BŁĘDÓW POMIARÓW TENSOMETRYCZNYCH

Pomiary tensometryczne można uznać za zakończone dopiero z chwilą opracowania wyników i oszacowania ich dokładności. Korzystać przy tym należy z matematycznych metod opracowania wyników eksperymentu. Ze względu na obszerność zagadnienia, omówienie tych metod pominięto. Podano jedynie kilka uwag, o charakterze jakościowym, dotyczących źródeł błędów.

Przy zmianie temperatury w czasie pomiaru, w wyniku zmiany wartości parametrów występujących we wzorze (1), następuje zmiana rezystancji tensometru. Ponadto, rezystancja zmienia się na skutek dodatkowych odkształceń tensometru, spowodowanych różnicą między współczynnikami rozszerzalności liniowej podłoża i tensometru. Wpływ temperatury eliminuje się przez odpowiednie włączenie do układu pomiarowego dodatkowego tensometru kompensacyjnego, naklejonego na takim samym podłożu i znajdującego się w tych samych warunkach termicznych jak tensometr czynny. Zmiany temperatury długich przewodów doprowadzających też mogą być źródłem błędów. Można je wyeliminować, stosując jednakowe przewody dla tensometrów czynnego i kompensacyjnego oraz zapewniając im te same warunki termiczne.

Źródłem błędów mogą być również, szczególnie w czasie długotrwałych pomiarów, pełzanie nieodpowiedniego kleju zastosowanego w produkcji tensometrów, jak i przy naklejaniu tensometru na powierzchnię badanego obiektu oraz zmiany wilgotności, mające wpływ na własności mechaniczne i elektryczne kleju.

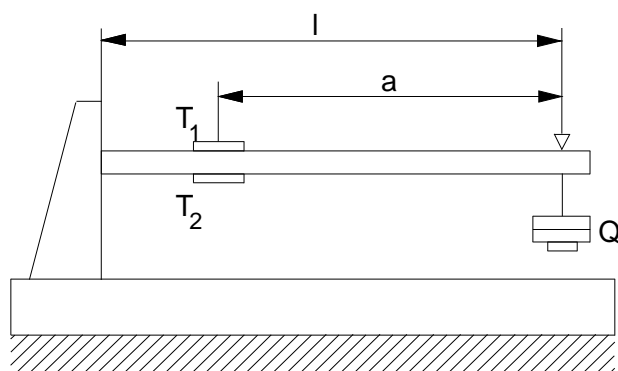
Szacując dokładność wyników należy zwrócić również uwagę na błędy powstające z przyczyn aparatury wzmacniającej i rejestrującej oraz osoby prowadzącej pomiary.

## 5. PRZEBIEG ĆWICZENIA

Pomiary odkształceń należy wykonać według zaleceń prowadzącego ćwiczenie.

### 5.1. Wyznaczenie naprężeń w belce wspornikowej

Przedmiotem badań jest belka wspornikowa, której schemat pokazano na rysunku 3. Celem badań jest wyznaczenie naprężeń w wybranym przekroju belki.



$$\sigma = \frac{M_g}{W}$$

$$M_g = Q \cdot a$$

$$W = \frac{bh^2}{6}$$

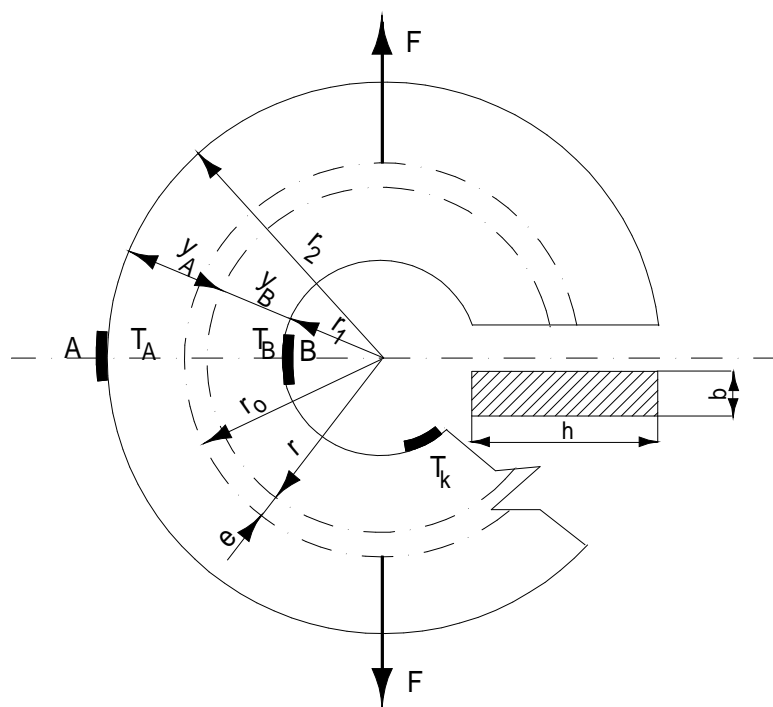
Rys.4. Schemat belki wspornikowej i wzory do obliczania naprężeń

Wyznaczając naprężenia należy kolejno:

- sprawdzić połączenia układu pomiarowego,
- zmierzyć wysokość  $h$  i szerokość  $b$  przekroju belki oraz odległość  $a$  linii działania obciążenia  $Q$  od linii przechodzącej przez środki czynnych tensometrów  $T_1$  i  $T_2$ ,
- zmierzyć odkształcenie  $\varepsilon$  belki wywołane obciążeniem  $Q$ , o wartościach podanych przez prowadzącego ćwiczenie,
- obliczyć wartości naprężeń ze wzoru (9), odpowiadające zmierzonym odkształceniom  $\varepsilon$ , (zwrócić uwagę na jednostki i fakt, że w układ pomiarowy włączono dwa czynne tensometry),
- obliczyć wartości naprężeń normalnych w badanych punktach belki z powyższego wzoru teoretycznego (rys.4).

## 5.2. Wyznaczenie naprężeń w pręcie zakrzywionym

Przedmiotem badań jest pręt zakrzywiony (rys.5) a ich celem jest wyznaczenie naprężeń w wybranym przekroju pręta.



$$\sigma_A = \frac{F}{A} - \frac{M \cdot y_A}{A \cdot e(r + y_A)}$$

$$\sigma_B = \frac{F}{A} + \frac{M \cdot y_B}{A \cdot e(r - y_B)}$$

$$A = b \cdot h$$

$$M = F \cdot r_0$$

$$r = \frac{h}{\ln \frac{r_2}{r_1}}$$

$$r_0 = \frac{r_1 + r_2}{2}$$

Rys.5. Schemat pręta zakrzywionego i wzory do obliczania naprężeń

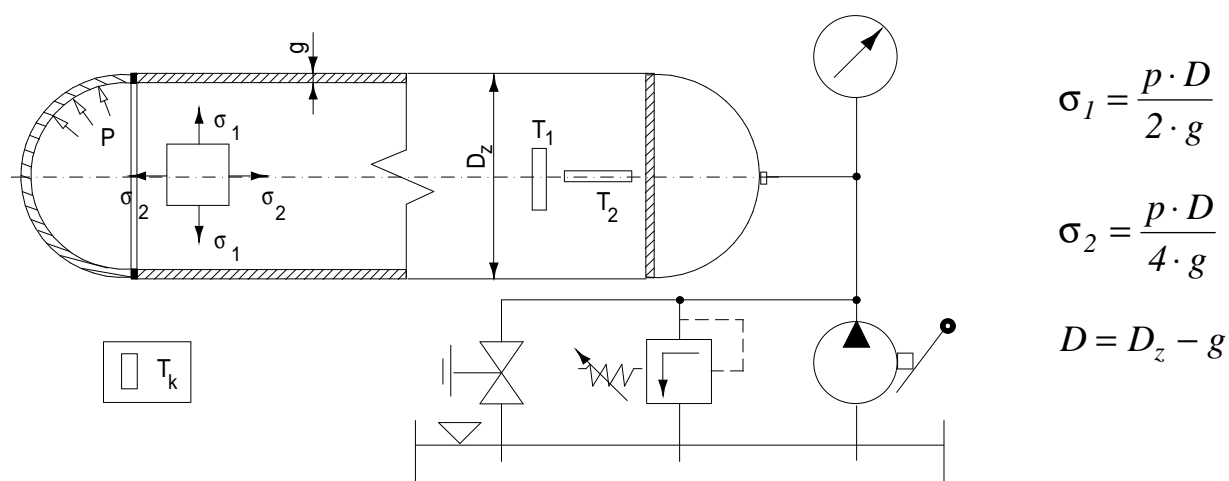
Wyznaczając naprężenia należy kolejno:

- sprawdzić połączenia układu pomiarowego,
- zmierzyć wysokość  $h$  i szerokość  $b$  przekroju pręta zakrzywionego oraz promienie, wewnętrzny  $r_1$  i zewnętrzny  $r_2$ ,

- obliczyć pozostałe wymiary pręta  $r_o$ ,  $r$ ,  $e$ ,  $y_A$ ,  $y_B$ ; gdzie  $r_o$  jest promieniem krzywizny pręta, a  $r$  promieniem krzywizny warstwy obojętnej, pozostałe wymiary objaśnia rysunek,
- zmierzyć odkształcenia  $\epsilon_A$ ,  $\epsilon_B$  w miejscach naklejenia tensometrów  $T_A$  i  $T_B$  dla kilku wartości siły rozciągającej  $F$ , przykładanej za pomocą maszyny wytrzymałościowej; wartości siły określa prowadzący ćwiczenie,
- obliczyć wartości naprężeń ze wzoru (9), odpowiadające zmierzonym odkształceniom  $\epsilon_A$ ,  $\epsilon_B$ ,
- obliczyć wartości naprężeń z powyższych wzorów teoretycznych (rys.5).

### 5.3. Wyznaczenie naprężeń w zbiorniku ciśnieniowym

Przedmiotem badań jest cylindryczny zbiornik ciśnieniowy (rys.6), a ich celem wyznaczenie naprężeń obwodowych i wzdłużnych w walcowej części zbiornika.



Rys.6. Schemat zbiornika ciśnieniowego z obciążającym układem hydraulicznym oraz wzory do obliczania naprężeń

Wyznaczając naprężenia należy kolejno:

- sprawdzić połączenia układu pomiarowego,
- zmierzyć wymiary zbiornika, średnicę zewnętrzną  $D_z$  i grubość płaszcza  $g$ ,
- dla zadanych, przez prowadzącego ćwiczenie, wartości ciśnienia hydrostatycznego  $p$ , uzyskiwanego za pomocą układu hydraulicznego (rys.6), zmierzyć odkształcenia w kierunku obwodowym  $\epsilon_1$  i wzdłużnym  $\epsilon_2$ ,
- obliczyć wartości naprężeń ze wzorów (10), odpowiadające zmierzonym odkształceniom  $\epsilon_1$  i  $\epsilon_2$ ,
- obliczyć wartości naprężeń obwodowych i wzdłużnych z powyższych wzorów teoretycznych (rys.6).

## 6. SPRAWOZDANIE

Sprawozdanie winno zawierać:

- a. Wprowadzenie.
- b. Określenie celu ćwiczenia oraz przedmiotu i celu badań.
- c. Schematy układów pomiarowych.
- d. Tablice zawierające wyniki pomiarów i obliczeń.
- e. Wykonane obliczenia.
- f. Wykresy naprężeń w funkcji obciążenia, sporządzone na podstawie wyników pomiarów i obliczeń z wzorów teoretycznych.
- g. Dyskusje otrzymanych wyników, a w szczególności:
  - omówienie charakteru zależności naprężeń od obciążeń na podstawie sporządzonych wykresów,
  - porównanie wartości naprężeń uzyskanych z pomiarów i obliczeń według wzorów teoretycznych,
  - wskazanie źródeł rozbieżności wyników,
  - uwagi i wnioski.

## 7. LITERATURA

1. Doświadczalna analiza odkształceń i naprężeń, Red. Z.Orłoś, PWN, Warszawa 1977.
2. Roliński Z.: Tensometria oporowa , WNT, Warszawa 1981.
3. Styburski W.: Przetworniki tensometryczne, WNT, Warszawa 1971.